

Міністерство освіти і науки України
Державний вищий навчальний заклад
«Донбаський державний педагогічний університет»

Фізико-математичний факультет

«ЗАТВЕРДЖЕНО»

на засіданні Приймальної комісії
ДВНЗ «Донбаський державний
педагогічний університет»
Протокол № 6
від « 27 » березня 2013 р.

Голова Приймальної комісії

_____ Омельченко С.О.

М.П.

«СХВАЛЕНО»

Науково-методичною радою
ДВНЗ «Донбаський державний
педагогічний університет»
Протокол № 7
від « 25 » березня 2013 р.

«РЕКОМЕНДОВАНО»

Вченою радою
фізико-математичного факультету
Протокол № 6
від « 14 » березня 2013 р.

ПРОГРАМА

ФАХОВОГО ВСТУПНОГО ВИПРОБУВАННЯ

для вступників на денну форму навчання
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНОГО ФАКУЛЬТЕТУ

для здобуття освітньо-кваліфікаційного рівня спеціаліста
за спеціальністю **7.04020101 Математика***

на базі здобутого ОКР бакалавра
за напрямом підготовки **6.040201 Математика***
(або здобутого ОКР магістра за спеціальністю 8.04020101 Математика*)

Програма фахової співбесіди з математики для вступу на навчання за ОКР магістра, спеціальність 7.04020101 Математика*

Укладачі програми: доцент, кандидат фіз-мат наук Величко В.Є.; доцент, кандидат фіз-мат наук Божко В.О.; доцент, кандидат фіз-мат наук Чуйко О.В.; доцент, кандидат пед. наук Труш Н.І.

Програма складена на основі освітньо-професійної програми підготовки бакалавра за напрямом підготовки 6.040201 Математика*.

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Метою вступної фахової співбесіди з математики є контроль рівня загальної математичної культури випускників і перевірка фактичних знань, умінь та навичок з фундаментальних розділів математики, які необхідні при викладанні математики в середніх навчальних закладах освіти та є базовими для успішного продовження навчання в магістратурі та аспірантурі.

Програма вступного екзамену з математики містить основні і найбільш важливі в ідейно-теоретичному і практичному відношенні питання з курсів лінійної алгебри, алгебри і теорії чисел, аналітичної і диференціальної геометрії, математичного аналізу, диференціальних рівнянь, комплексного аналізу, теорії ймовірностей і математичної статистики.

На вступному екзамені студент повинен продемонструвати вміння формулювати означення, аксіоми і теореми, наводити при необхідності ілюстрації, приклади, контрприкладні, доводити теореми і застосовувати відповідні факти при конкретних математичних та прикладних задачах.

Вступний екзамен з математики проводиться у формі фахового вступного випробування за білетами, затвердженими кафедрами геометрії та МВМ, алгебри і математичного аналізу. Кожен білет містить одне питання, яке охоплює певний розділ фактичного матеріалу з алгебри та теорії чисел, з математичного аналізу або з геометрії і включає кілька основних означень, теорем з доведенням та практичні застосування.

АЛГЕБРА І ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ

Вступники повинні володіти теоретико-множинною логічною символікою, основними поняттями алгебри і теорії чисел (алгебраїчна операція, група, кільце, поле, векторний простір, лінійна залежність і лінійна незалежність, базис і розмірність, лінійні оператори, матриці і визначники, прості числа, подільність, конгруенції, многочлени); мати чітке уявлення про основні числові системи і їх будову, володіти навичками розв'язування систем лінійних рівнянь, знати основні арифметичні застосування теорії конгруенцій.

Зміст програми

Бінарні відношення. Відношення еквівалентності і розбиття на класи, фактор-множина.

Натуральні числа (аксіоми Пеано). Принцип математичної індукції, різні форми індукції.

Групи, приклади груп, найпростіші властивості груп. Підгрупи, означення і критерій. Гомоморфізми та ізоморфізми груп, властивості.

Кільце, під кільце, означення і критерій, найпростіші властивості. Гомоморфізми та ізоморфізми кілець.

Поле, підполе. Найпростіші властивості поля, поле дійсних чисел.

Поле комплексних чисел. Ізоморфні види поля комплексних чисел. Алгебраїчна, тригонометрична форми.

Системи лінійних рівнянь та елементарні перетворення. Розв'язування системи лінійних рівнянь методом послідовного виключення невідомих.

Арифметичний n -вимірний векторний простір. Лінійна залежність і лінійна незалежність системи векторів. Ранг і базис скінченної системи векторів.

Критерій сумісності системи лінійних рівнянь. Існування ненульових розв'язків системи лінійних однорідних рівнянь.

Необхідні і достатні умови рівності визначника нулю.

Обернена матриця. Розв'язування матричним способом системи лінійних рівнянь. формули Крамера.

Теорема про накладання розв'язків. Фундаментальна система розв'язків системи лінійних однорідних рівнянь, її побудова.

Векторні простори, підпростори. Базис і розмірність скінченно-вимірного простору. Ізоморфізм векторних просторів.

Лінійні оператори. Власні значення і власні вектори. Теорема про зв'язок характеристичних чисел і власних значень лінійного оператора. Зведення матриці до діагонального виду.

Теорема про ділення з остачею в кільці цілих чисел. Найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне двох чисел і зв'язок між ними. Алгоритм Евкліда.

Прості числа. Нескінченність множини простих чисел. Канонічний розклад складеного числа у вигляді добутку простих чисел та єдиність такого зображення. Канонічний запис і застосування такого запису до задач – знаходження НСД і НСК чисел.

Означення і основні властивості конгруентності цілих чисел. Повна і зведена системи лишків, їх властивості. Теореми Ейлера і Ферма.

Лінійні конгруенції з одним невідомим, теорема про число розв'язків. Способи розв'язування лінійних конгруенцій.

Застосування теорії конгруенцій до виведення ознак подільності та знаходження довжини періоду десяткового дробу (при перетворенні звичайного дробу в десятковий).

Многочлени над полем. Теорема про ділення з остачею. Найбільший спільний дільник двох многочленів і алгоритм Евкліда.

Факторіальні кільця. Факторіальність кільця многочленів над полем.

Алгебраїчна замкненість поля комплексних чисел. Канонічний розклад многочлена над полем комплексних чисел і його комплексних чисел і його єдиність.

Многочлени з дійсними коефіцієнтами. Спряженість уявних коренів таких многочленів. Незвідні над полем дійсних чисел многочлени та канонічний розклад многочленів над полем дійсних чисел.

Многочлени над полем раціональних чисел. Цілі і раціональні корені многочлена з цілими коефіцієнтами. Незвідні над полем раціональних чисел многочлени.

Будова простого розширення числового поля. Знищення ірраціональності в знаменнику дробу.

ГЕОМЕТРІЯ.

Майбутні вчителі повинні володіти принципами групової і структурної побудови геометрії, аксіоматичним методом; повинні мати загальні уявлення про геометрію Лобачевського, багатовимірної геометрії афінного і евклідового просторів; використовувати знання топології для означення ліній, поверхонь, поверхонь з межею, геометричного тіла тощо. Студенти повинні мати досить широкий погляд на геометрію і бути готовими до викладання елементарної геометрії, незалежно від того, на якій аксіоматиці вона побудована, тобто за будь-яким посібником.

Зміст програми.

Різні види систем координат на площині, їх основні задачі. Геометричний зміст координат точки. Теорія прямих на площині (в аналітичному викладі).

Лінія (крива), різні способи її задання. Класифікація алгебраїчних кривих другого порядку на евклідовій площині.

Суть метода координат. Різні види систем координат у просторі. Геометричний зміст координат точки. Теорія площин у просторі (в аналітичному викладі).

Елементи векторної алгебри о тривимірному евклідовому просторі. Скалярний, векторний, мішаний добутки векторів.

Аналітичні умови задання прямої у просторі; взаємне розміщення двох прямих, прямої і площини, двох прямих у просторі; кут між площинами, прямими, прямою і площиною (в аналітичному викладі).

Поверхні обертання, еліпсоїди, гіперболоїди, параболоїди (в аналітичному викладі).

Циліндричні та конічні поверхні (в аналітичному викладі).

Група рухів (переміщення) площини. Рухи першого роду, їх аналітичний запас і класифікація.

Група перетворень подібності площини і її підгрупи. Застосування перетворень подібності до розв'язання задач.

Група афінних перетворень площини і її підгрупи. Застосування афінних перетворень до розв'язання задач.

Група проєктивних перетворень їх аналітичний запис, основні підгрупи. Застосування властивостей проєктивних перетворень до розв'язання задач на побудову.

Загальні питання аксіоматики (суть сучасного аксіоматичного методу побудови математичної теорії. Поняття про математичну структуру. Ізоморфізми, інтерпретації і моделі математичних структур. Вимоги до системи аксіом і перевірка їх виконання. Приклади).

Система аксіом Вейля. Деякі поняття евклідової геометрії в системі Вейля (“лежати між”), відрізок, промінь, пряма, площина, взаємне розміщення прямих, площин, прямої і площини та ін. Доведення деяких теорем. Поняття векторного, n -вимірного, евклідового, афінного просторів.

Доведення несперечливості і повноти аксіоматики Вейля.

Система аксіом Гільберта для обґрунтування евклідової геометрії та найпростіші наслідки з неї. Абсолютна геометрія.

Огляд теорії вимірювання (довжин відрізків, площ многокутників, об'ємів многогранників).

Рівновеликість і рівноскладенність многокутників. Теорема Больяї-Гервіна.

Аксіома паралельності і площина Лобачевського. Основні наслідки з аксіоми паралельності Лобачевського. Несуперечливість систем аксіом площини Лобачевського.

Взаємне розміщення прямих на площині Лобачевського. Властивості паралельних і розбіжних прямих.

Многогранники в евклідовому просторі. Правильні многогранники та їх класифікація.

Топологічний простір. Гомеоморфні відображення. Топологічний многовид. Приклади. Топологічні властивості листа Мьобіуса.

Геометричні побудови на площині. система постулатів побудов за допомогою циркуля і лінійки. Найпростіші, основні побудови у шкільному курсі геометрії.

Зображення плоских і просторових фігур у паралельній проєкції. Позиційні і метричні задачі. Приклади.

Гладкі криві. Кривина та скрут кривої. Формули Френе. Особливі точки плоских кривих.

МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ.

Випускники повинні володіти основними поняттями математичного аналізу (функція, послідовність, границя, неперервність, похідна, диференціал, первісна, визначений інтеграл, ряд, збіжність ряду); мати чітке уявлення про основні властивості елементарних функцій дійсної і комплексної змінної; володіти технікою обчислення границь, похідних і інтегралів; розв'язувати найпростіші диференціальні рівняння; досліджувати на збіжність ряди і вміти розкласти функції у степеневий ряд; знати застосування диференціального і інтегрального числення, а також диференціальних рівнянь до розв'язування задач практичного змісту.

Зміст програми.

Потужність множини. Зчисленні множини та їх властивості. Множини натуральних (N), цілих (Z), раціональних (Q) та дійсних (R) чисел, її властивості та потужність.

Властивість неперервності множини дійсних чисел. Поняття верхньої і нижньої граней числової множини, їх існування і властивості.

n -вимірний евклідів простір R^n як узагальнення просторів R^1 , R^2 і R^3 .

Поняття послідовності у просторі R^n . Границя послідовності. Основні властивості границь.

Границя обмеженої монотонної послідовності. Число e .

Поняття функції n дійсних змінних та функції комплексної змінної. Границя у точці функції n дійсних змінних та функції комплексної змінної. Властивості границь. Деякі важливі границі.

Неперервність у точці функції n дійсних змінних та функції комплексної змінної. Властивості неперервних функцій. Властивості функцій, неперервних на обмеженій замкненій множині.

Розвиток поняття степеня з дійсним і комплексним показником.

Поняття похідної для функції однієї і багатьох змінних. Диференційованість функції, необхідна та достатні умови. Правила диференціювання. Похідні основних елементарних функцій.

Похідна функції комплексної змінної. Аналітичні функції (різні форми означення та їх еквівалентність).

Теореми Ролля, Лагранжа і Коші. Формула Тейлора. Умови сталості і монотонності функції на проміжку. Екстремуми функції. Опуклість і точки перегону. Асимптоти. Повне дослідження функції та побудова її графіка.

Первісна та її властивості. Невизначений інтеграл. Основні методи інтегрування. Таблиця основних інтегралів.

Поняття інтеграла Рімана для функції $n(n = 1,2,3)$ дійсних змінних. Необхідні і достатні умови інтегровності функції. Обчислення інтегралів.

Поняття криволінійного інтеграла для функції дійсних змінних та функції комплексної змінної.

Поняття інтеграла Лебега.

Застосування інтегрального числення до розв'язування задач геометрії і фізики.

Показникова функція дійсної та комплексної змінної (означення, властивості).

Логарифмічна функція дійсної та комплексної змінної (означення, властивості).

Загальна степенева функція дійсної та комплексної змінної (означення, властивості).

Тригонометричні та обернені тригонометричні функції дійсної та комплексної змінної (означення, властивості).

Графіки основних елементарних функцій дійсної змінної.

Поняття метричного простору. Приклади метричних просторів. Збіжні послідовності у метричних просторах. Функції (оператори, функціонали) у метричному просторі. Границя і неперервність функції у метричному просторі.

Повні метричні простори. Теорема Банаха про стискувачі відображення та її застосування.

Числові ряди з дійсними та комплексними членами, основні поняття. Геометрична прогресія та гармонійний ряд. Властивості збіжних рядів. Ознаки збіжності знакододатних рядів. Абсолютно й умовно збіжні ряди та їх властивості.

Степеневі ряди з дійсними та комплексними членами. Інтервал (круг) та радіус збіжності. Розклад у степеневий ряд основних елементарних функцій. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.

Основні поняття теорії диференціальних рівнянь: порядок, розв'язок, загальний розв'язок, інтегральна крива, початкові умови, задачі Коші.

Диференціальні рівняння 1-го порядку, які інтегруються в квадратурах (з відокремлюваними змінними, лінійні, однорідні, в повних диференціалах).

Лінійні диференціальні рівняння вищого порядку із сталими коефіцієнтами та їх застосування до вивчення коливних процесів.

МЕТОДИКА ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ.

Екзаменовані повинні володіти знаннями з загальної методики навчання математики, методики навчання математики в 5-6 класах, алгебри і геометрії в 7-9 класах, вміти розв'язувати методичні задачі.

Відповідаючи на запитання білета з методики викладання математики, студент повинен продемонструвати:

- глибоке розуміння цілей і задач, які стоять перед школою і вчителем математики на сучасному етапі розвитку національної школи;
- вміння володіти певними навичками дослідницької методичної роботи;
- знання основних видів і змісту позакласної роботи з математики у школі;
- достатню обізнаність в засобах навчання математиці;
- вміння ілюструвати свою відповідь прикладами з власного досвіду та досвіду роботи передових вчителів математики.

Зміст програми.

Шкільний курс математики, цілі і зміст навчання.

Принципи навчання математики. Рівнева і профільна диференціація при навчанні математики.

Поняття про метод навчання. Характеристика основних методів навчання математики:

Діяльнісний підхід у навчанні математики. Прийоми і дії розумової діяльності у навчанні математики:

- а) аналіз і синтез;
- б) індукція і дедукція;
- в) порівняння і аналогія;
- г) узагальнення і конкретизація.

Організаційні форми навчання математики. Урок як основна форма навчання.

Математичні поняття, види та означення понять. Методика формування математичних понять:

Твердження, аксіоми, теореми в курсі математики основної школи. Методика формування в учнів умінь доводити математичні твердження.

Задачі в шкільному курсі математики. Методика формування в учнів умінь розв'язувати математичні задачі.

Контроль результатів навчання і його організація на різних етапах вивчення математики.

Розвиток поняття про число в курсі математики основної школи. Наближені обчислення.

Методика вивчення десяткових дробів і процентів.

Методика вивчення звичайних дробів.

Методика вивчення раціональних чисел в курсі математики основної школи.

Методика вивчення дійсних чисел.

Методика вивчення тотожних перетворень:

- а) раціональних виразів;
- б) ірраціональних виразів.

Методика вивчення в курсі алгебри:

- а) лінійних рівнянь з однією змінною;
- б) квадратних рівнянь;
- в) лінійних нерівностей з однією змінною і їх систем;
- г) нерівностей другого степеня з однією змінною.

Поняття функції в курсі математики основної школи. Методика формування поняття функції.

Методика вивчення властивостей функції:

$$\text{а) } y = kx + b; \quad y = \frac{k}{x}; \quad \text{б) } y = ax^2 + bx + c.$$

Методика вивчення взаємного розміщення прямих на площині.

Методика вивчення відомостей про трикутник.

Методика вивчення теми “Чотирикутники”.

Геометричні побудови в курсі планіметрії. Методика формування в учнів умінь розв’язувати задачі на побудову.

Геометричні перетворення фігур на площині. Методика вивчення:

- а) рухів на площині (центральної і осьової симетрії; повороту і паралельного перенесення);
- б) перетворення подібності (гомотетії).

Методика вивчення в шкільному курсі планіметрії:

- а) декартових координат;
- б) векторів.

Поняття величини. Геометричні величини в шкільному курсі планіметрії. Методика вивчення теми: “Площа многокутника”.

Критерії оцінювання

- **завдання 1** контролює знання основних фактів теорій названих курсів, здатність їх оперативно відтворити, відчувати взаємозв’язок і органічну єдність понять, фактів та теорій. Повна і правильна відповідь оцінюється в 26 балів. Зміст цього завдання черпається з розділу “Програма державного екзамену з математики”;
- **завдання 2** складається з трьох запитань (з яких є тестові). Повна і правильна відповідь на кожне з яких оцінюється в 8 балів. Завдання діагностує рівень математичної культури і широту математичного кругозору, вміння точно, стисло і аргументовано викладати свої думки;
- **завдання 3** перевіряє здатність оперативно використовувати відомі з фундаментальних курсів алгоритми і синтетичним способом створювати нові. До уваги береться вміння аргументувати логічні кроки і використовувати відповідну символіку. Максимальна кількість балів за правильно виконане завдання — 25;

- **завдання 4** перевіряє вміння аналізувати різну літературу, включаючи програми і підручники, відбирати необхідний матеріал і з нього конструювати предметний зміст різних видів занять з учнями, планувати (проекувати) навчально-виховну роботу і організувати різні види діяльності учнів, оцінювати свою діяльність і діяльність учнів, розробляти і використовувати дидактичні засоби, проводити методичні дослідження. Максимальна кількість балів за правильно виконане завдання – 25.

Шкала оцінювання

Відсотки підсумкової оцінки	Оцінка за національною шкалою	Оцінка за шкалою ECTS	Пояснення
90-100	Відмінно	A	Відмінно (відмінне виконання лише з незначною кількістю помилок)
82-89	Добре	B	Дуже добре (вище середнього рівня з кількома помилками)
75-81		C	Добре (в загальному вірне виконання з певною кількістю суттєвих помилок)
67-74	Задовільно	D	Задовільно (непогано, але зі значною кількістю недоліків)
60-66		E	Достатньо (виконання задовольняє мінімальним критеріям)
35-59	Незадовільно	FX	Незадовільно (з можливістю повторного складання)
1-34		F	Незадовільно (з обов'язковим повторним вивченням)