

Міністерство освіти і науки України
Державний вищий навчальний заклад
«Донбаський державний педагогічний університет»

Кафедра геометрії та методики викладання математики
(повна назва кафедри)

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Вибрані питання математики

(назва навчальної дисципліни)

Елементи геометрії кіл та задачі на побудову

підготовки здобувачів ступеня вищої освіти
бакалавра

(назва рівня вищої освіти)

спеціальності 014 Середня освіта (математика)
(шифр і назва спеціальності)

спеціалізації інформатика
(назва спеціалізації)

РОЗРОБЛЕНО ТА ВНЕСЕНО КАФЕДРОЮ:

геометрії та методики викладання математики

(повна назва кафедри)

УКЛАДАЧІ ПРОГРАМИ: КАДУБОВСЬКИЙ О.А. – кан. фіз.-мат. н., доцент,
доцент кафедри геометрії та методики викладання
математики
фізико-математичного факультету ДДПУ

РЕЦЕНЗЕНТИ: Турка Т.В. – кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
завідувач кафедри алгебри
фізико-математичного факультету ДДПУ

СІЛІН Є.С. – кандидат фіз.-мат. наук,
начальник відділу кадрів ДДПУ,
доцент кафедри математики
фізико-математичного факультету ДДПУ

Рекомендовано до впровадження
науково-методичною радою
Державного вищого навчального закладу
«Донбаський державний педагогічний університет»

« 17 » лютого 20 16 р.

протокол № 12

Перший проректор _____ Набока О.Г.

ВСТУП

Навчальна програма вибіркової (за вибором студентів) дисципліни «Вибрані питання математики» (*Елементи геометрії кіл та задачі на побудову*) складена відповідно до освітньої програми та навчального плану підготовки здобувачів ступеня вищої освіти бакалавра за спеціальністю 014 Середня освіта (математика).

Предметом вивчення навчальної дисципліни є пучки і зв'язки кіл на площині та їх застосування, а також властивості фігур, інваріантних відносно інверсії площини.

Міждисциплінарні зв'язки:

для опанування матеріалів даної дисципліни необхідним є достатній рівень вивчення таких дисциплін, як: «Шкільний курс геометрії» (понятійний апарат), «Елементарна геометрія» (геометричні перетворення площини), «Аналітична геометрія» (метод координат). В свою чергу, дана дисципліна повинна забезпечити ґрунтовну основу для вивчення загального курсу геометрії а також методики і дидактики навчання елементарної геометрії (часткові методики).

Програма навчальної дисципліни містить такі змістові модулі:

1. Елементи геометрії кіл.
2. Інверсія площини та її застосування.

1. Мета і завдання навчальної дисципліни

1.1. **Метою** вивчення навчальної дисципліни «Вибрані питання математики» (*Елементи геометрії кіл та задачі на побудову*) є:

- в першу чергу – більш глибоке вивчення тих питань курсу «Елементарної геометрії», які було викладено в незначному обсязі, винесено на самостійне опрацювання або ж, взагалі, не висвітлені в ньому;
- підвищення професійного рівня в сенсі освітньої підготовки майбутніх фахівців з математики та викладачів математики тощо;
- формування знань, вмінь і навичок, необхідних для розв'язування геометричних задач та задач на побудову методами, що спираються на властивості пучків і зв'язок кіл, властивості інверсії тощо;
- забезпечення здобувачів відповідним понятійним та математичним апаратом, необхідним для значно глибшого і чіткішого розуміння багатьох геометричних співвідношень і побудов;
- формування професійно-компетентного викладача математики, спроможного працювати у галузево-різних ВНЗ та різними програмами в ЗОШ.

1.2. Основними **завданнями** вивчення дисципліни «Вибрані питання математики» (*Елементи геометрії кіл та задачі на побудову*) є:

- повторити певні питання шкільного курсу геометрії;
- закріпити й розвинути (поглибити й розширити) знання, уміння і навички, отримані при засвоєнні курсу «Елементарна геометрія»;

- викласти (систематично й, в певному сенсі, повно) науково-теоретичні положення змістових ліній «пучки і зв'язки кіл на площині», «інверсія площини»;
- висвітлити взаємозв'язки питань спецкурсу зі змістовими лініями елементарної геометрії;
- навчити здобувачів розв'язувати ключові задачі з «теорії кіл на площині» й «інверсії площини»;
- показати практичну значущість властивостей пучків і зв'язок кіл та інверсії, їх застосовність до розв'язання найрізноманітніших геометричних задач, зокрема на побудову;
- забезпечити ґрунтовне вивчення (засвоєння) здобувачами тих понять, ідей і методів спецкурсу, які можуть бути використані ними під час викладання шкільного курсу геометрії та проведення позакласних занять з математики;
- розширити та поглибити знання здобувачів про геометричні перетворення та їх інваріанти;
- підвищити рівень загальної культури доведення тверджень елементарної геометрії та геометричних побудов і креслень.

1.3. За результатами вивчення дисципліни у здобувачів повинні бути сформовані такі компетентності:

загальні:

соціокультурна компетентність – здатність до професійної самореалізації в ЗОШ та ВНЗ;

інформаційна компетентність – здатність самостійно знаходити, аналізувати, відбирати необхідну інформацію, організовувати, перетворювати, зберігати та передавати її;

комунікативна компетентність – володіння комплексними способами взаємодії з навколишнім соціальним середовищем, навичками роботи в колективі.

спеціальні:

фахові (професійно-педагогічні) компетентності:

- здатність проводити:
 - навчальні заняття з геометрії (за різними програмами) та позакласні заняття з математики у ЗОШ;
 - лекційні та практичні заняття з елементарної геометрії в педагогічних ВНЗ III-IV рівнів акредитації;
 - самостійні дослідження у професійній діяльності.

предметні (професійно науково-предметні) компетентності:

- здатність запам'ятати або відтворити (факти) (– «знання»):
 - терміни та визначення основних понять* з теорії пучків і зв'язок кіл, інверсії площини;
 - конкретні факти:*
 - геометричний зміст степеня точки відносно кола;

- спільні та характеристичні властивості пучків кіл, способи їх задання;
- спільні та характеристичні властивості зв'язок кіл, способи їх задання;
- спільні та відмінні властивості інверсій площини з додатним та від'ємним коефіцієнтами, способи задання інверсії площини;
- зміст основних теорем про існування кола даного пучка/зв'язки;

правила і принципи: побудов радикальної і діаметральної осей двох неконцентричних кіл, зокрема у випадках, коли одне з кіл є нульового радіусу; базисного кола інверсії та інверсного образу точки (фігури);

методи і процедури: координатний метод, методи ГМТ та геометричних перетворень.

- здатність розуміти та інтерпретувати вивчене (– «розуміння»):
 - *пояснити факти, правила, принципи:* критерії взаємного розташування точки і кола на площині; побудови кола даного пучка/зв'язки (із даним центром, що проходить через дану точку); ортогональної траєкторії даного пучка (із даним центром, що проходить через дану точку);
 - *перетворити словесний (геометричний) матеріал у:* математичні вирази, зокрема у координатному та векторному вигляді і навпаки.
 - *ілюструвати та інтерпретувати:* способи задання різних видів пучків і зв'язок кіл, спряжені пучки і радикальний центр;
 - *виділити:* характеристичні ознаки різних видів пучків і зв'язок кіл;
 - *прогнозувати майбутні наслідки на основі отриманих знань:* усвідомлення з позицій «елементарної геометрії» деяких фактів шкільного курсу геометрії, «інверсний» зміст відомих зі шкільного курсу геометрії теорем та побудов.
- здатність використати вивчений матеріал (у нових ситуаціях) (– «застосування знань»):
 - *застосувати теоретичний матеріал в якості:* графічного та обчислювального методів виконання геометричних перетворень,
 - *продемонструвати:* вміння проводити стандартні дослідження геометричних властивостей і обчислювати різні геометричні характеристики, а також вміння наводити приклади і контрприкладів в процесі вивчення та викладу питань дисципліни;
 - *використовувати (на практиці):* властивості пучків і зв'язок кіл та інверсії площини для розв'язування геометричних задач, зокрема на побудову;
 - *застосовувати:* координатний метод для розв'язування задач аналітичної геометрії; методи геометричних побудов та перетворень (інверсії площини) при розв'язанні відповідних типів задач, зокрема при доведенні геометричних тверджень шкільного курсу геометрії;
 - *застосовувати основні положення і методи дисципліни для:* здійснення геометричних побудов, використовуючи зазначені методи, розв'язування спеціалізованих задач у процесі навчання та в професійній діяльності.

- здатність розбивати інформацію на компоненти, розуміти їх взаємозв'язки та організаційну структуру (– «аналіз»):
 - *усвідомлювати різницю між фактами і наслідками*: розмежовувати алгоритми побудови радикальної (діаметральної) осі двох кіл в залежності від їх взаємного розташування, зокрема коли хоча б одне з кіл є колом нульового радіусу; розділяти фігуру на складові при побудові її інверсного образу;
 - *критикувати та аргументовано дискутувати* у випадках виявлення («навмисних» та «випадкових») технічних помилок й огріхів в логіці міркувань;
 - *оцінювати значимість даних*: інваріантність (нерухомість) точок, прямих і кіл інверсії (з додатним та від'ємним коефіцієнтом); приналежність певної точки до радикальної (діаметральної) осі певних кіл; приналежність кола до того чи іншого пучка (зв'язки) кіл.
- здатність поєднати частини разом, щоб одержати ціле з новою системною властивістю (– «синтез»):
 - пояснювати* зв'язок інверсії площини з гомотетією, осью симетрії, паралельним перенесенням, поворотом навколо точки;
 - узагальнити* одержані (вивчені) результати на випадок тривимірного простору (для пучків і зв'язок сфер, інверсії простору).
- здатність оцінювати важливість матеріалу для конкретної цілі (– «оцінювання»):
 - аргументувати вибір методу* доведення певного геометричного факту або *методу розв'язування* певної геометричної задачі;
 - встановити та передбачити зв'язки між* суміжними математичними дисциплінами в контексті математичної моделі певної геометричної задачі.

На вивчення навчальної дисципліни відводиться **45 годин** / **1,5 кредити** ЄКТС.

2. Інформаційний обсяг навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1:

Елементи геометрії кіл

Степінь точки відносно кола.

Означення і геометричний зміст степеня точки відносно кола.

Значення степеня точки при різних її положеннях відносно кола.

Критерії взаємного розташування точки і кола на площині.

Радикальна вісь двох (неконцентричних) кіл.

ГМТ площини, кожна з яких має рівні степені відносно двох даних кіл.

Властивості радикальної осі.

Побудова радикальної осі двох даних кіл (три випадки).

Кола нульового радіусу.

Побудова радикальної осі двох кіл у випадках, коли принаймні одне з них є колом нульового радіусу.

Застосування радикальної осі двох кіл до розв'язування геометричних задач, зокрема на побудову.

ГМТ, пов'язані з радикальною віссю.

ГМ центрів кіл, ортогональних двом даним колам;

ГМ центрів кіл, діаметральних до двох даних неконцентричних кіл – діаметральна вісь. Радикальний центр трьох кіл та його властивості.

Застосування зазначених ГМТ до розв'язування геометричних задач, зокрема на побудову.

Пучки кіл.

Визначення та види пучків кіл. Нульові кола (гіперболічного) пучка.

Способи задання кожного з видів пучків кіл.

Ортогональні траєкторії пучка кіл. Спряжені пучки.

Застосування (властивостей) пучків кіл до розв'язування геометричних задач, зокрема на побудову.

Зв'язки кіл.

Радикальний центр. Визначення та види зв'язок кіл.

Базисне коло зв'язки. Побудова радикального центру зв'язки кіл.

Способи задання кожного з видів зв'язок кіл.

Побудова кола заданої зв'язки кіл.

Застосування (властивостей) зв'язок кіл до розв'язування геометричних задач, зокрема на побудову.

Змістовий модуль 2:

Інверсія площини та її застосування

Інверсія площини

Визначення інверсії та основні поняття (полюс та базисне коло інверсії).

Найпростіші властивості (що впливають із визначення).

Побудова інверсного образу точки в інверсії з додатнім коефіцієнтом.

Побудова інверсного образу точки в інверсії з від'ємним коефіцієнтом.

Антипаралельні прямі. Властивість прямих, що сполучають інверсні образи та прообрази точок.

Зв'язок довжин відрізків, що сполучають інверсні образи та прообрази точок.

Перетворення прямих і кіл в інверсії

Образ прямої, що містить полюс інверсії.

Образ прямої, що не містить полюс інверсії. Наслідки:

образ прямої, що перетинає базисне коло інверсії у двох точках;

образ дотичної до базисного кола інверсії (з додатним та від'ємним коефіцієнтом).

Образ кола, яке містить полюс інверсії та: перетинає базисне коло інверсії у двох точках; дотикається базисного кола інверсії (внутрішнім чином).

Образ кола, яке не містить полюс інверсії.

Основна властивість інверсії (збереження кутів – конформність)

Теорема про кут між інверсними образами двох прямих.

Інваріантні кола інверсії

Інваріантні кола інверсії з додатним (від'ємним) коефіцієнтом.

Застосування інверсії до розв'язання задач

Теорема Птоломея. Задачі Аполлонія.

Зв'язок інверсії (площини) з рухами та подібностями (площини)

Зв'язок інверсії з гомотетією. Інверсія і осьова симетрія, паралельне перенесення, поворот навколо точки.

3. Рекомендована література

1. Адамар Ж. Элементарная геометрия. Часть первая. Планиметрия. – 3-е изд. – М.: УЧПЕДГИЗ, 1948. – 608 с.
2. Адлер А. Теория геометрических построений. – Изд. 3-е. – Л.: Учпедгиз, 1940. – 232 с.
3. Александров И.И. Сборник геометрических задач на построение. – М.: Учпедгиз, 1950. – 178 с.
4. Аргунов Б.И. Геометрические построения на плоскости: пособие для студентов педагогических институтов // Б.И. Аргунов, М.Б. Балк. – 2-е изд. – М.: Учпедгиз, 1957. – 266 с.
5. Аргунов Б.И. Элементарная геометрия / Б.И. Аргунов, М.Б. Балк. – М.: Просвещение, 1966. – 366 с.
6. Астряб О.М. Методика розв'язування задач на побудову // О.М. Астряб, О.С. Смогоржевський та інші. – К., «Радянська школа», 1960. – 387 с.
7. Атанасян С.Л. Задачник-практикум по геометрии : Учеб. пособие для студентов-заочников II–V курсов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Моск. гос. открытый пед. ин-т // С.Л. Атанасян, М.М. Цаленко. – М.: Просвещение, 1994. – 192 с.
8. Бакельман И.Я. Инверсия. – Серия «Популярные лекции по математике», Выпуск 44. – М.: Наука, 1996. – 80 с.
9. Боровик В.Н. Геометричні перетворення площини. Навч. посіб. для студ. фіз.-мат. фак. вищ. пед. навч. закл. // В.Н. Боровик, І.В. Зайченко, М.М. Мурач, В.П. Яковець. – Книга для студентів ВНЗ - Університетська книга, 2003. – 706 с.
10. Жижилкин И.Д. Инверсия. – М.: Изд-во МЦНМО, 2009. – 72 с.
11. Зетель С.И. Геометрия линейки и геометрия циркуля. М.: Учпедгиз, 1957. – 164 с.

12. Кадубовський О.А. Про деякі застосування кіл нульового радіусу / О.А. Кадубовський, А.С. Бунакова // Збірник наукових праць фізико-математичного факультету СДПУ. – 2011. – Випуск 1. – С. 150–161.
13. Моденов П.С. Геометрические преобразования // П.С. Моденов, А.С. Пархоменко. – М.: Издательство МГУ, 1961. – 232 с.
14. Моторный Л.Т. Методические указания к решению задач на построение. – Славянск: СГПИ, 1989. – 44 с.
15. Перепелкин Д.И. Геометрические построения в средней школе. – Москва-Ленинград: Издательство АПН РСФСР, 1947. – 84 с.
16. Перепелкин Д.И. Курс элементарной геометрии. Ч.1. Геометрия на плоскости. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1948. – 343 с.
17. Понарин Я.П. Элементарная геометрия: В 2 т. – Т. 1: Планиметрия, преобразования плоскости. – М.: МЦНМО, 2004. – 312 с.
18. Постников М.М. Аналитическая геометрия : учебное пособие для. – М. : Наука, 1979. – 336 с. – (Лекции по геометрии. Семестр 1).
19. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии: Учебное пособие. –5-е изд., испр.и доп. – М.: МЦНМО: ОАО «Московские учебники», 2006. – 640 с.
20. Уроев В. Инверсия // Квант. – 1984. – № 5. – С. 26 – 32.
21. Шоластер Н.Н. Элементарная геометрия. Краткий курс для студентов заочников педагогических институтов. – М.: Государственное учебно-педагогическое издательство министерства просвещения РСФСР, под редакцией Иваницкой В.П., 1959. – 272 с.
22. Энциклопедия элементарной математики книга четвертая (геометрия). под редакцией П.С. Александрова, А.И. Маркушевича и А.Я. Хинчина. М.: Физматгиз, 1963. – 568с.
23. Яглом И.М. Геометрические преобразования. Линейные и круговые преобразования. Библиотека математического кружка. Выпуск 8. – М.: ГИТТЛ, 1956. – 608 с.

Додаткова література

24. Бутузов В.Ф., Кадомцев С.В. и др. Планиметрия. Пособие для углубленного изучения математики. – М.: Физматлит, 2005. – 488с.
25. Костовский А.Н. Геометрические построения одним циркулем. М.: Физматгиз, 1959. – 109 с.
26. Саранцев Г.И. Сборник задач на геометрические преобразования: Пособие для учащихся. – 2-е изд., доп. и перераб. – М.: Просвещение, 1981.— 112.
27. Дорофеев С.Н. Геометрические преобразования в примерах и задачах: Учебное пособие. – Пенза: Информационно-издательский центр ПГУ, 2002. – 189 с.
28. Заславский А.А. Геометрические преобразования. – М.: МЦНМО, 2004. – 86 с.

4. Форма підсумкового контролю результатів навчання

письмовий залік з обов'язковою «співбесідою-захистом»

5. Засоби діагностики результатів навчання

комплекти індивідуальних завдань
