

Міністерство освіти і науки України
Державний вищий навчальний заклад
«Донбаський державний педагогічний університет»

Кафедра геометрії та методики викладання математики
(повна назва кафедри)

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Основи векторного і тензорного аналізу

(назва навчальної дисципліни)

підготовки здобувачів ступеня вищої освіти
бакалавра

(назва рівня вищої освіти)

спеціальності **014 Середня освіта (фізика)**

(шифр і назва спеціальності)

спеціалізації **інформатика**

(назва спеціалізації)

РОЗРОБЛЕНО ТА ВНЕСЕНО КАФЕДРОЮ:

геометрії та методики викладання математики

(повна назва кафедри)

УКЛАДАЧІ ПРОГРАМИ: КАДУБОВСЬКИЙ О.А. – кан. фіз.-мат. н., доцент,
доцент кафедри геометрії та методики викладання
математики
фізико-математичного факультету ДДПУ

РЕЦЕНЗЕНТИ: ТУРКА Т.В. – кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
завідувач кафедри алгебри
фізико-математичного факультету ДДПУ

СІЛІН Є.С. – кандидат фіз.-мат. наук,
начальник відділу кадрів ДДПУ,
доцент кафедри математики
фізико-математичного факультету ДДПУ

Рекомендовано до впровадження
науково-методичною радою
Державного вищого навчального закладу
«Донбаський державний педагогічний університет»

« 17 » лютого 20 16 р.

протокол № 12

Перший проректор _____ Набока О.Г.

ВСТУП

Навчальна програма (нормативної) дисципліни «Основи векторного і тензорного аналізу» складена відповідно до освітньої програми та навчального плану підготовки здобувачів ступеня вищої освіти бакалавра за спеціальністю 014 Середня освіта (фізика).

Предметом вивчення навчальної дисципліни є основні положення векторного аналізу; скалярні, векторні і тензорні поля та їх характеристики; символічні методи при виконанні диференціальних операцій; криволінійні координати та диференціальні операції в них.

Міждисциплінарні зв'язки:

для опанування матеріалів даної дисципліни необхідне вивчення дисциплін: «Векторна алгебра», «Аналітична геометрія», «Математичний аналіз», «Диференціальні рівняння». Курс спрямований на ознайомлення з методами векторного та тензорного аналізу, формування у студентів навичок роботи з різними геометричними об'єктами, які є базовими у математичному апараті теоретичної фізики, насамперед класичної механіки, електродинаміки та квантової механіки.

Програма навчальної дисципліни містить такі змістові модулі:

1. Основи векторного аналізу. Скалярні і векторні поля.
2. Елементи (математичної) теорії поля в криволінійних координатах.
3. Основні поняття тензорного аналізу.

1. Мета і завдання навчальної дисципліни

1.1. *Метою* вивчення навчальної дисципліни «Основи векторного і тензорного аналізу» є:

- підвищення професійного рівня в сенсі освітньої підготовки майбутніх фахівців з фізики та викладачів фізики тощо;
- забезпечення здобувачів теоретичними знаннями та озброєння практичними навичками, необхідних для розв'язування задач з векторного і тензорного аналізу;
- формування у здобувачів навичок роботи з різними геометричними об'єктами, які є базовими у математичному апараті теоретичної фізики;
- засвоєння способів застосування апаратів векторного і тензорного числення для розв'язування задач теоретичної фізики;
- розвинення у здобувачів творчого підходу до розв'язування фізичних задач з використанням зазначених апаратів;
- озброєння основними математичними методами, необхідних для аналізу і моделювання пристроїв, процесів і явищ при пошуку оптимальних рішень і чисельної реалізації цих рішень;
- формування професійно-компетентного викладача фізики, спроможного працювати у галузево-різних ВНЗ.

1.2. Основними *завданнями* вивчення дисципліни «Основи векторного і тензорного аналізу» є:

- закріпити й розвинути знання, вміння та навички, одержані здобувачами при засвоєнні дисциплін, на які спирається дана дисципліна;
- обґрунтувати ряд питань, що є базовими у фізиці – понять скалярного і векторного полів та їх основних характеристик (градієнт, потік, дивергенція, циркуляція, ротор) та забезпечити вільне оперування здобувачами основними поняттями із числа зазначених;
- навчити здобувачів обчислювати основні характеристики скалярних і векторних полів в прямокутній декартовій та довільній криволінійній системах координат;
- ґрунтовно викласти основні теоретичні положення векторного і тензорного аналізу, зокрема дії над скалярними, векторними і тензорними полями;
- забезпечити необхідними знаннями та навичками для опанування зазначених операцій в прямокутній декартовій та довільній криволінійній системах координат;
- навчити здобувачів використовувати інтегральні теореми та виконувати основні операції над тензорами;
- ознайомити здобувачів з методами векторного і тензорного числення та ідеями, на яких вони ґрунтуються;
- підвищити рівень загальної культури теоретичних розрахунків.

1.3. За результатами вивчення дисципліни у здобувачів повинні бути сформовані такі **компетентності**:

загальні:

соціокультурна компетентність – здатність до професійної самореалізації в ЗОШ та ВНЗ;

інформаційна компетентність – здатність самостійно знаходити, аналізувати, відбирати необхідну інформацію, організовувати, перетворювати, зберігати та передавати її;

комунікативна компетентність – володіння комплексними способами взаємодії з навколишнім соціальним середовищем, навичками роботи в колективі;

спеціальні:

фахові (професійно-педагогічні) компетентності:

- здатність проводити:
 - навчальні заняття з фізики (за різними програмами) та позакласні заняття з фізики у ЗОШ;
 - лекційні та практичні заняття з «Основ векторного і тензорного аналізу» у галузево-різних ВНЗ III-IV рівнів акредитації;
 - самостійні дослідження у професійній діяльності.

предметні (професійно науково-предметні) компетентності:

- здатність запам'ятати або відтворити (факти) (– «знання»):
терміни та визначення основних понять «Математичної теорії поля»;
конкретні факти:
 - передумови виникнення скалярних, векторних і тензорних полів;
 - визначення та приклади зазначених полів у фізиці; їх основні характеристики;
 - зміст основних теорем векторного і тензорного аналізу (інтегральних теорем Гауса-Остроградського, Стокса) та їх фізичну інтерпретацію;
 - подання вектора в ко- і контраваріантній формі та зв'язок між ко- і контраваріантними компонентами вектора; поняття тензора, рангу тензора;
правила і принципи: диференціювання та інтегрування вектор-функцій, суть символіки Гамільтона (диференціальні оператори rot , div , grad і «набла»), робота з індексами;
методи і процедури: векторні операції в криволінійних координатах та основні поняття тензорної алгебри (додавання, множення, згортання тензорів, симетрування, альтернування).
- здатність розуміти та інтерпретувати вивчене (– «розуміння»):
 - *перетворити словесний (фізичний) матеріал у*: математичні вирази, зокрема у координатному, векторному вигляді;
 - *ілюструвати та інтерпретувати*: гідродинамічну аналогію векторного поля, фізичний зміст дивергенції, ротора, циркуляції та потоку;
 - *виділити*: характеристичні ознаки видів полів;
 - *перетворити*: компоненти вектора при повороті координатних осей; компоненти тензора при переході до криволінійних координат.
- здатність використати вивчений матеріал (у нових ситуаціях) (– «застосування знань»):
 - *застосовувати теоретичний матеріал для знаходження*: градієнту та похідної скалярного поля за напрямком і вздовж кривої; дивергенцію, ротор і циркуляцію векторного поля (в криволінійних координатах), тензорів моментів інерції твердого тіла;
 - *застосовувати основні положення і методи дисципліни для*: розв'язування спеціалізованих задач у процесі навчання та в професійній діяльності, здійснення різних операцій над векторними і тензорними полями;
 - *використати*: умови незалежності лінійного інтеграла від шляху інтегрування, умови потенціальності і т.ін.;
 - *демонструвати*: приклади і контрприкладів в процесі вивчення та викладу питань дисципліни;
 - *застосовувати* (на практиці): формули Остроградського-Гауса і Стокса; коваріантне диференціювання; властивості симетричного та антисиметричного тензора; математичні методи, необхідні для аналізу і моделювання пристроїв, процесів і явищ при пошуку оптимальних рішень і чисельної реалізації цих рішень.

- здатність розбивати інформацію на компоненти, розуміти їх взаємозв'язки та організаційну структуру (– «аналіз»):
 - *усвідомлювати різницю між фактами і наслідками*: розмежовувати скалярну, векторну і тензорну природу досліджуваних об'єктів, стаціонарність та нестаціонарність полів, незалежність визначення понять (від системи координат);
 - *оцінювати значимість даних*: інваріантний характер величин, закони перетворення компонент вектора, тензора.
 - *критикувати та аргументовано дискутувати* у випадках виявлення («навмисних» та «випадкових») технічних помилок й огріхів в логіці міркувань.
- здатність поєднати частини разом, щоб одержати ціле з новою системною властивістю (– «синтез»):
 - класифікувати* скалярні, векторні і тензорні поля;
 - пояснити* узагальнені інтегральні теореми.
- здатність оцінювати важливість матеріалу для конкретної цілі (– «оцінювання»):
 - аргументувати вибір методу* доведення певного факту теоретичної фізики або *методу розв'язування* певної фізичної задачі;
 - встановити та передбачити зв'язки між суміжними дисциплінами* фізико-математичного циклу в контексті математичної моделі певної фізичної задачі.

На вивчення навчальної дисципліни відводиться **90 годин** / **3 кредити** ЄКТС.

2. Інформаційний обсяг навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1:

Основи векторного аналізу. Скалярні та векторні поля.

Вектор-функції скалярного аргументу

Вступ. Предмет та зміст курсу. Скалярні та векторні величини.

Поняття графіка векторної функції скалярного аргументу.

Границя та неперервність вектор-функції скалярного аргументу.

Похідна векторної функції по скалярному аргументу.

Основні правила диференціювання вектор-функції скалярного аргументу.

Інтегрування векторної функції скалярного аргументу.

Деякі факти з диференціальної геометрії та їх застосування у фізиці

Диференціювання складної вектор-функції скалярного аргументу.

Вектори дотичної, нормалі та бінормалі до просторової кривої.

Довжина дуги кривої. Натуральний параметр.

Кривина та скрут просторової кривої. Формули Френе.

Деякі фізичні застосування диференціального числення вектор-функцій.

Скалярне поле і векторне поле градієнта.

Визначення та типи скалярних полів.

Поверхні та лінії рівня.

Похідна за заданим напрямком та вздовж кривої.

Градієнт скалярного поля та його властивості.

Векторні лінії і потік векторного поля

Визначення векторного поля.

Векторні лінії та їх диференціальні рівняння.

Потік векторного поля та його гідродинамічний зміст.

Способи обчислення потоку векторного поля: *метод проектування на координатну площину та за допомогою теореми Гауса-Остроградського.*

Дивергенція, лінійний інтеграл та циркуляція векторного поля.

Визначення дивергенції в прямокутній декартовій системі координат.

Лінійний інтеграл та циркуляція векторного поля.

Ротор векторного поля та інтегральні теореми векторного аналізу.

Визначення ротора векторного поля та його обчислення в прямокутній декартовій системі координат.

Теорема Гауса-Остроградського.

Теорема Стокса. Формули Гріна.

Потенційні та соленоїдальні векторні поля.

Потенційні векторні поля. Поняття скалярного потенціалу.

Властивості соленоїдальних полів.

Поняття векторного потенціалу.

Символіка Гамільтона. Оператор «набла» та запис основних операцій теорії поля.

Змістовий модуль 2: Елементи (математичної) теорії поля в криволінійних координатах

Криволінійні координати, коефіцієнти Ляме.

Визначення криволінійних координат. Координатні лінії та поверхні.

Локальний нормований базис. Коефіцієнти Ляме.

Елементи дуги, площі та об'єму в криволінійних координатах.

Зв'язок між декартовими компонентами вектора і компонентами розкладу вектора за локальним базисом.

Найпростіші криволінійні (ортогональні) системи координат

Приклади найпростіших криволінійних систем координат: полярна (на площині), сферична та циліндрична системи координат (в просторі)

Основні диференціальні операції в криволінійних координатах.

Диференціальні рівняння векторних ліній в криволінійних координатах.

Обчислення градієнта, потоку, дивергенції і ротора в криволінійних координатах.

Знаходження потенціалу в криволінійних координатах.

Обчислення лінійного інтеграла та циркуляції в криволінійних координатах.

Змістовий модуль 3: Основні поняття тензорного аналізу

Елементи векторної алгебри та трансформаційні властивості компонент вектора

Координати вектора в прямокутній декартовій системі координат (ПДСК).

Операції над векторами (додавання, віднімання, множення на число, скалярний, векторний, мішаний та подвійний векторний добуток векторів), заданих своїми координатами відносно ПДСК.

Локальний і взаємний базиси. Метрична матриця. Коваріантні і контраваріантні компоненти вектора. Правила запису індексних виразів.

Закон перетворення компонент вектора при повороті координатних осей.

Матриці перетворення при переході від прямокутної до ортонормованої криволінійної системи координат.

Тензори

Фізичні передумови введення поняття тензора та його визначення.

Приклади тензорів у фізиці (тензор інерції, тензор деформацій, тензор напруги). Основна задача тензорного числення.

Елементи тензорної алгебри

Алгебраїчні операції над тензорами: додавання тензорів, множення тензора на дійсне число, множення тензорів, згортання тензора, згортання добутку тензорів, перестановка індексів тензора.

Симетричні тензори. Тензорний еліпсоїд.

Головні вісі тензорів. Головні значення тензора. Інваріанти тензора.

Тензорна похідна

Тензорне поле і його диференціювання. Абсолютний диференціал і абсолютна похідна.

3. Рекомендована література

1. Анчиков А. М. Основы векторного и тензорного анализа: учеб.-метод. пособие / А.М. Анчиков. – Казань : Изд-во Казан. ун-та, 1988. – 130 с.
2. Борисенко А.И., Тарапов И.Е. Векторный анализ и начала тензорного исчисления. Харьков : Вища шк. Изд-во при Харьк. Ун-те, 1986. – 216 с.
3. Булах Е.Г. Основы векторного анализа и теория поля : Учебное пособие / Е.Г. Булах, В.Н. Шуман; НАН Украины, Ин-т геофизики им. С.И. Субботина. – Київ : Наукова думка, 1998 . – 359 с.
4. Валь О.Д., Королюк С.Л., Мельничук С. В. Основы векторного та тензорного аналізу: Навч. посібник. – Чернівці: Книги – XXI, 2006. – 228с.
5. Гольдфайн И.А. Векторный анализ и теория поля. – М.: Физматгиз, 1962. – 132 с.
6. Жилин П.А. Векторы и тензоры второго ранга в трехмерных пространствах. – СПб.: Нестор, 2001. – 275 с.
7. Кочин Н.Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. – М.: Наука, 1965. – 426с.
8. Краснов М.Л. Векторный анализ: Задачи и примеры с подробными решениями : учеб. пособие / М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко. Изд. 2-е испр. – М.: Едиториал УРСС, 2002. – 144 с.
9. Ледней М.Ф. Збірник задач з векторного та тензорного числення: навч. посіб. для студентів фізичних факультетів університетів / М.Ф. Ледней, М.А. Разумова, О.В. Романенко, В.М. Хотяїнцев. – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2010. – 129 с.
10. Лиман Ф.М. Основы векторного та тензорного аналізу: Навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів. – Суми: СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2005. – 84 с.
11. Малышев А.И., Максимова Г.М. Основы векторного и тензорного анализа для физиков. Электронное учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2012. – 101 с.
12. Нікулін О.В. Основы векторного та тензорного числення: теоретичні відомості та тести / О.В. Нікулін, Т.В. Наконечна. – Дніпропетровськ : Біла К. О., 2011. – 72с.
13. Победря Б.Е. Лекции по тензорному анализу: 3-е изд. – М: Изд-во МГУ, 1986. – 264 с.
14. Разумова М.А. Основы векторного і тензорного аналізу : навчальний посібник / М.А. Разумова, В.М. Хотяїнцев. – К. : Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2011. – 216 с.
15. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. – М.: Наука, 1976. – 664 с.
16. Семянистый, В.И. Задачник-практикум по математической теории поля / В. И. Семянистый, В. В. Цукерман ; Моск. гос. заоч. пед. ин-т. – Москва : Просвещение, 1976. – 136 с.
17. Сеньків М.Т. Векторний і тензорний аналіз : текст лекцій / М. Т. Сеньків. – Л. : РВВ Львів. ун-ту, 1991. – 146 с.
18. Шилов Г.Е. Лекции по векторному анализу [учеб. пособие для физ.-мат. фак. гос. ун-тов] / Г.Е. Шилов. – М. : Гостехиздат, 1954. – 138 с.

Додаткова література

19. Аквис М.А., Гольдберг В.В. Тензорное исчисление. – М.: Наука, 1969. – 352 с.
20. Арфкен Г. Математические методы в физике. – М. : Атомиздат, 1970. – 712 с.
21. Борисенко, О.А. Диференціальна геометрія і топологія. – Харків.: «Основа», 1995. – 304 с.
22. Годунова Е.К. Дополнительные материалы по векторному анализу / Е.К. Годунова, В.И. Левин. – М. : Б.и., 1978. – 107 с.
23. Дубнов Я.С. Основы векторного исчисления. В 2-х частях. Часть 1. Векторная алгебра. Элементы векторного анализа. – 4-е изд. – ГИТТЛ, 1950. – 368 с.
24. Дубнов Я.С. Основы векторного исчисления. В 2-х частях. Часть 2. Линейные функции вектора. Векторный анализ (теория полей). Начала тензорного исчисления. – ГИТТЛ, 1952. – 415 с.
25. Кеплер Х., Киричевский В.В., Ковнеристов Г.Б. Основы тензорного исчисления и его применение в механике твердого тела. – К.: КИСИ, 1992. – 183 с.
26. Кильчевский Н.А. Основы тензорного исчисления с применением в механике. – К.: Наук. Думка, 1972. – 148 с.
27. Кованцов Н.И., Зражевская Г.М., Кочаровский В.Г., Михайловский В.И. Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ. Сборник задач. – К.: Вища школа, 1989. – 326 с.
28. Коренев Г.В. Тензорное исчисление: Учеб. пособие: Для вузов. – М.: Изд-во МФТИ, 2000. – 240 с.
29. Кумпяк Д.Е. Векторный и тензорный анализ: Учеб. пособие. – Тверь: Твер. гос. ун-т, 2007. – 160 с.
30. Макарець М.В., Решетняк В.Ю., Романенко О.В., Задачі з класичної електродинаміки, К.: «Київський університет». – 2003, 150 с.
31. Мантуров О.В. Элементы тензорного исчисления. – М.: Просвещение, 1991. – 255с.
32. Никитин Б.Д. Векторный анализ : учеб. пособие / Б.Д. Никитин, С.В. Родионов. – М. : Гос. изд-во «Высшая школа», 1960. – 109 с.
33. Пальмов В.А. Элементы тензорной алгебры и тензорного анализа. – С-Пб.: Изд-во политех. университета, 2008. – 109 с.
34. Сова Г.В. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли. Векторний аналіз : навч. посібник / Г. В. Сова. – Х. : ХТУРЕ, 1997. – 220 с.
35. Сокольников И. Тензорный анализ. Теория и применение в геометрии и в механике сплошных сред. – Пер. с англ. – М.: Наука, 1971. – 376 с.
36. Схоутен Я.А. Тензорный анализ для физиков. – М.: Наука, 1965. – 455 с.

4. Форма підсумкового контролю результатів навчання

письмовий залік з обов'язковою «співбесідою-захистом»

5. Засоби діагностики результатів навчання

комплекти завдань для контрольних робіт, комплекти індивідуальних завдань
